

PHOENICS自由界面多相流に対する THINCスキームの応用

謝 枞
東京工業大学

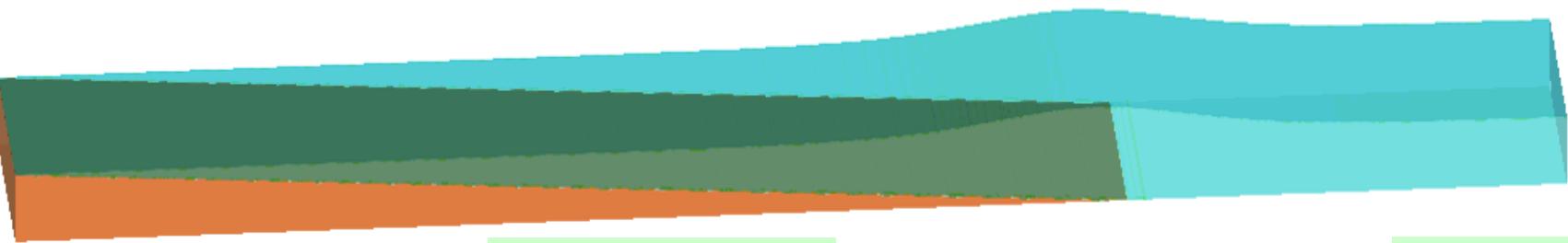
概論

- 私の研究
- 自由界面含む非圧縮性多相流の基礎方程式
- **THINC**スキームに基づく定式化
 - 自由界面の捕獲
 - 表面張力モデル
 - 濡れ性の計算
- **THINC**スキームの組み込み
- 数値解析例
- まとめ

私の研究内容

- 現在科学研究の主力手段である数値シミュレーション手法を用いて、実際問題に関わる流体現象を中心に研究を行っています。計算スキームの開発から数値モデルの構築、実際的な応用に至まで、様々課題が対象となっています。
- 代表としては**THINC**スキーム及び応用

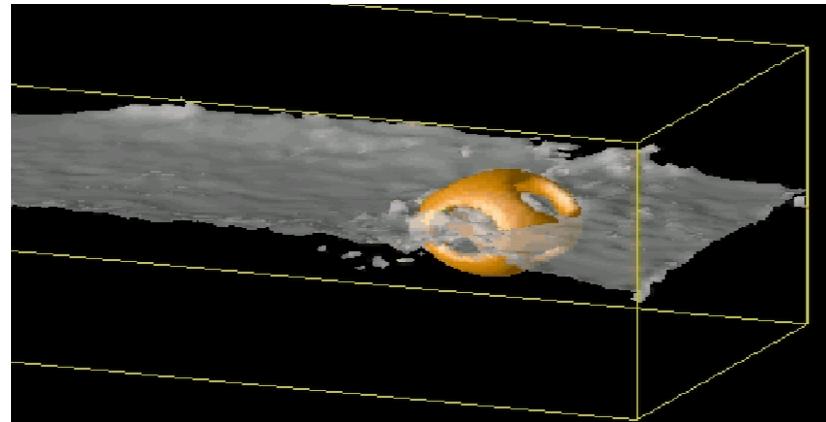
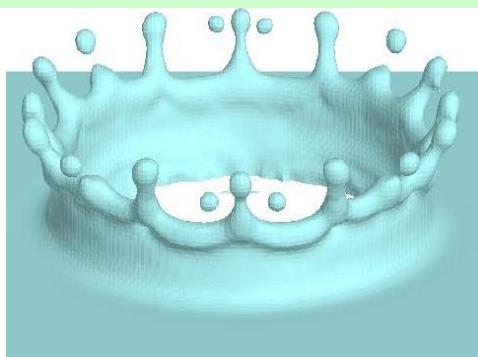
海洋波による海岸構造へのインパクト



分岐管内の上昇気泡

水中浮ぶ物体

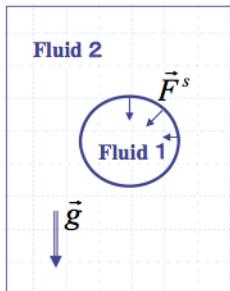
ミルク王冠のシミュレーション



基礎方程式

- 自由界面含む非圧縮性多相流の基礎方程式

- 1. 連続方程式:
- 2. 運動方程式:



$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0$$

F_x^s, F_y^s, F_z^s : Surface tension
 g : Gravity acceleration

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial uu}{\partial x} + \frac{\partial vu}{\partial y} + \frac{\partial wu}{\partial z} = -\frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial x} + \rho(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}) + \frac{1}{r} F_x^s$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial uv}{\partial x} + \frac{\partial vv}{\partial y} + \frac{\partial wv}{\partial z} = -\frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial y} + \rho(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2}) + \frac{1}{r} F_y^s$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} + \frac{\partial uw}{\partial x} + \frac{\partial vw}{\partial y} + \frac{\partial ww}{\partial z} = -\frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial z} + \rho(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2}) + \frac{1}{r} F_z^s - g$$

- 3. 体積分率の移流方程式: $\frac{\partial f}{\partial t} + u \frac{\partial f}{\partial x} + v \frac{\partial f}{\partial y} + w \frac{\partial f}{\partial z} = 0$
- 4. 物性値: $r = f r_1 + (1 - f) r_2$ $\rho = f \rho_1 + (1 - f) \rho_2$

THINC(Tangent of Hyperbola for INterface Capturing) 法

一次元スキーム

VOF関数の移流方程式

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{\partial u \phi}{\partial x} - \phi \frac{\partial u}{\partial x} = 0$$

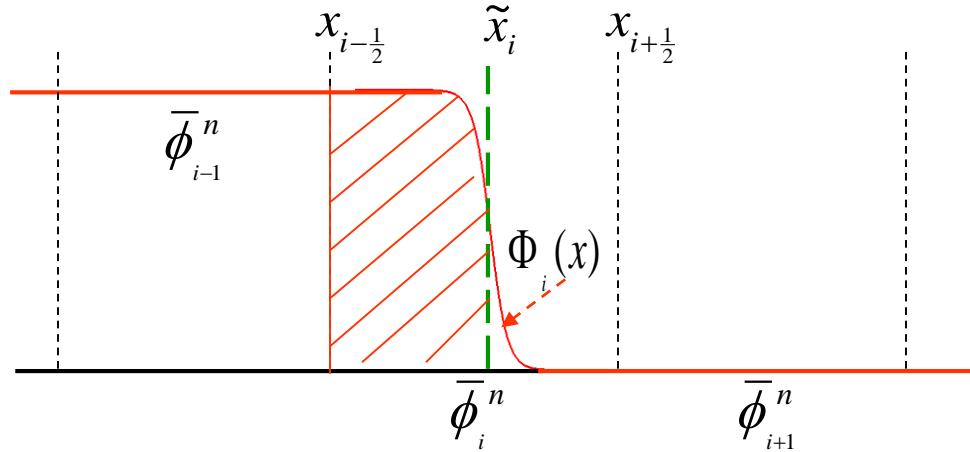
時間発展式(有限体積法)

$$\bar{J}_i^{n+1} = \bar{J}_i^n - (g_{i+\frac{1}{2}}^n - g_{i-\frac{1}{2}}^n) / \Delta x + \bar{J}_i^n (u_{i+\frac{1}{2}}^n - u_{i-\frac{1}{2}}^n) \Delta t / \Delta x$$

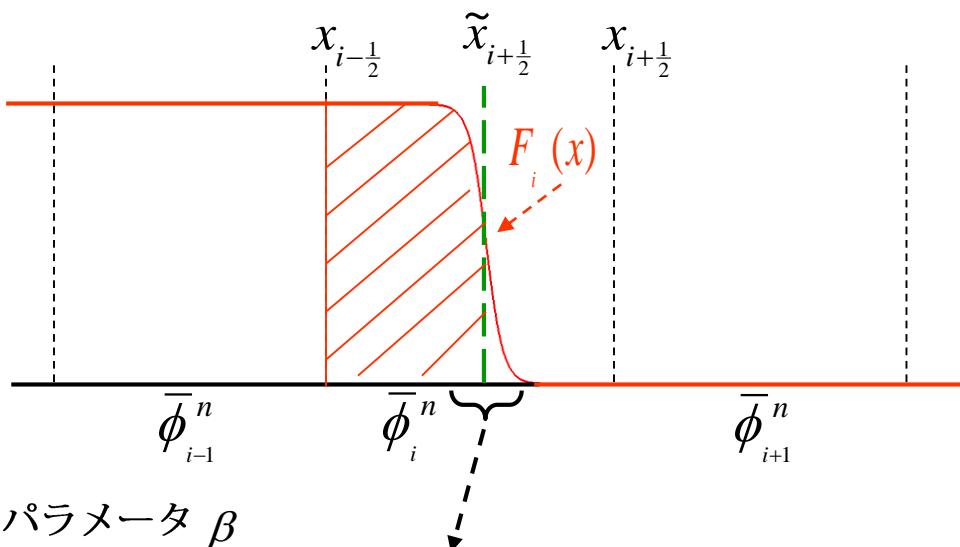
nステップの密度関数值(体積分率)既知 $\bar{\phi}_i^n = \frac{1}{\Delta x} \int_{x_{i-\frac{1}{2}}}^{x_{i+\frac{1}{2}}} \phi(x, t^n) dx$

セル内の密度関数は双曲正接型と仮定する

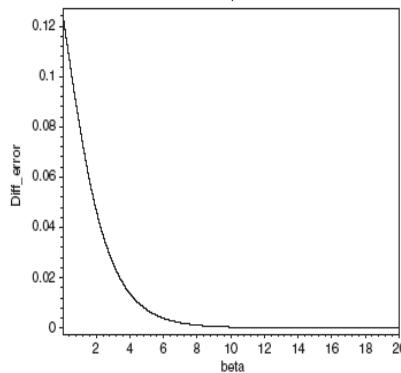
$$\Phi_i(x) = \frac{\alpha}{2} \left(1 + \gamma \tanh \left(\beta \left((x - x_{i-\frac{1}{2}}) / \Delta x - \tilde{x}_i \right) \right) \right)$$



THINC(Tangent of Hyperbola for INterface Capturing) 法



パラメータ β
によって
ジャンプ
の勾配、
厚みを調
整する



$$F_i(x) = \frac{\alpha}{2} \left(1 + \gamma \tanh \left(\beta \left((x - x_{i-\frac{1}{2}}) / \Delta x - \tilde{x}_i \right) \right) \right)$$

α フラックスを調整する, デフォルト 1.0

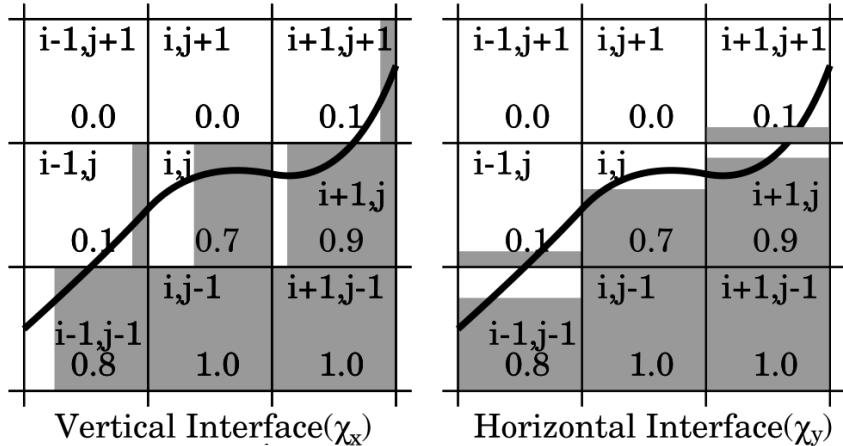
β ジャンプの厚みを調整する

γ ジャンプの方向による, 1 or -1

With α, β, γ prescribed the only unknown \tilde{x}_i (the location of the jump center) can be uniquely determined by the mass fraction from constraint condition

$$\frac{1}{\Delta x} \int_{x_{i-\frac{1}{2}}}^{x_{i+\frac{1}{2}}} F_i(x) dx = \bar{\phi}_i^n \quad \Rightarrow \quad \tilde{x}_i$$

THINC_WLIC(多次元のTHINCスキーム)



$\chi_{x,i,j}(x,y)$: THINC scheme for x direction

$\chi_{y,i,j}(x,y)$: THINC scheme for y direction

$$\chi_{x,i,j}(x,y) = \frac{1}{2} \left(1 + \gamma_x \left(\beta \left((x - x_{i-\frac{1}{2}}) / \Delta x - \tilde{x}_i \right) \right) \right)$$

$$\chi_{y,i,j}(x,y) = \frac{1}{2} \left(1 + \gamma_y \left(\beta \left((y - y_{j-\frac{1}{2}}) / \Delta y - \tilde{y}_i \right) \right) \right)$$

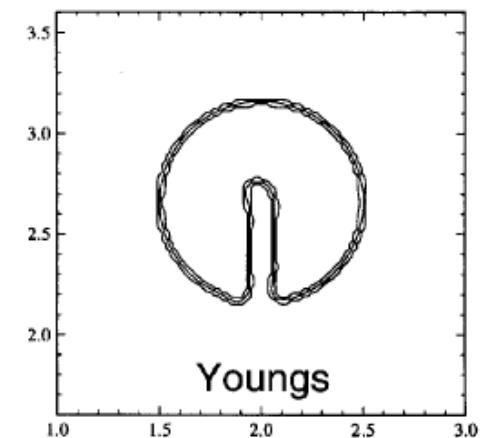
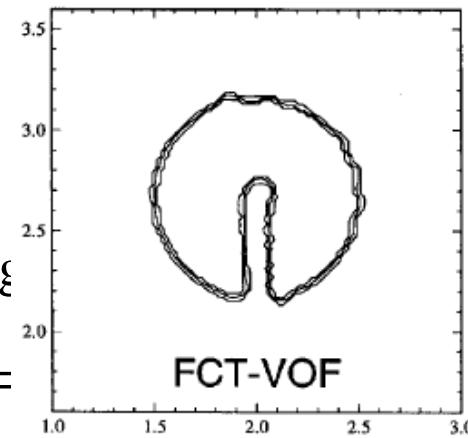
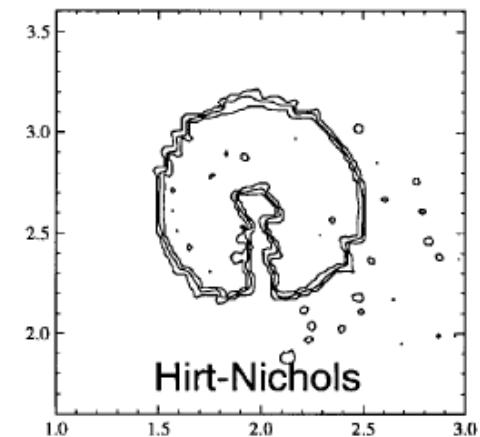
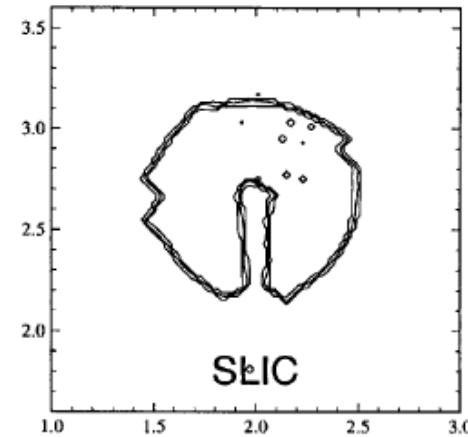
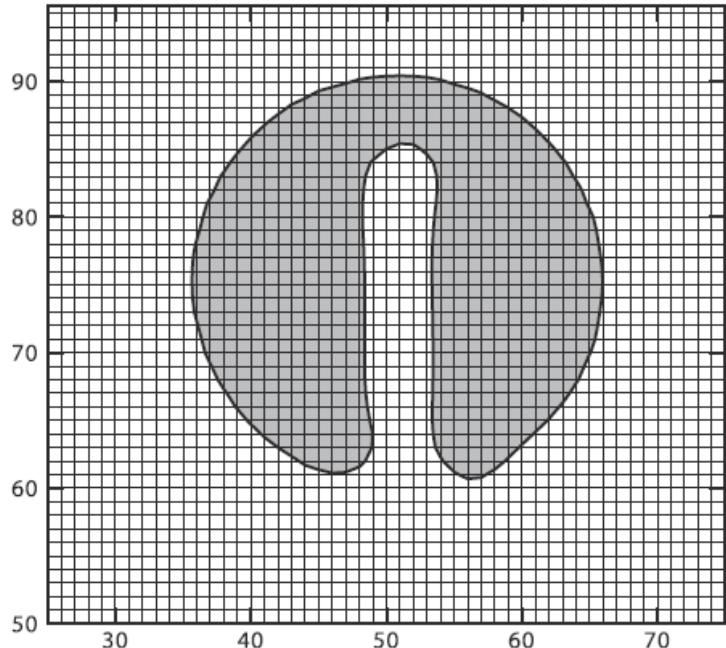
$$C_{i,j}(x,y) = W_{x,i,j}(\mathbf{n}_{i,j}) C_{x,i,j}(x,y) + W_{y,i,j}(\mathbf{n}_{i,j}) C_{y,i,j}(x,y)$$

$\mathbf{n}_{i,j}$: interface unit normal vector $(n_{x,i,j}, n_{y,i,j})$

$W_{x,i,j}, W_{y,i,j}$: weights of vertical and horizontal interface

$$W_{x,i,j} = \frac{|n_{x,i,j}|}{|n_{x,i,j}| + |n_{y,i,j}|}, \quad W_{y,i,j} = \frac{|n_{y,i,j}|}{|n_{x,i,j}| + |n_{y,i,j}|}$$

数値解析例(1)－Zalesak テスト

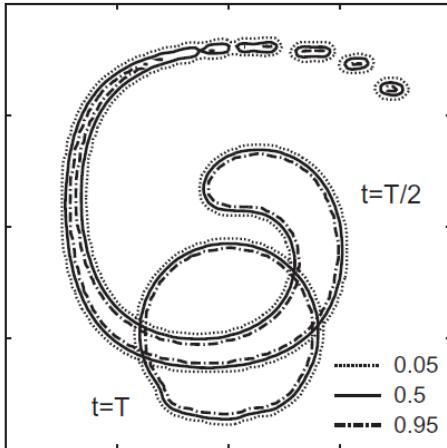


The results after one revolution

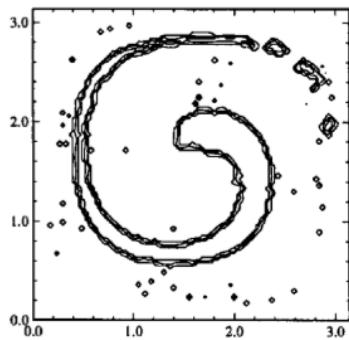
$$\vec{V} =$$

数值解析例(2) — Shear問題

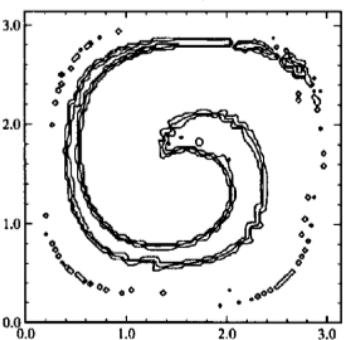
THINC



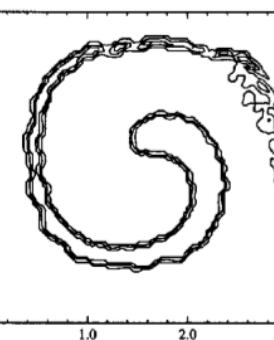
SLIC



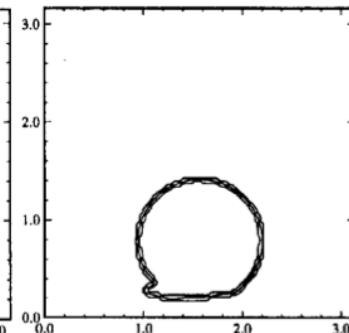
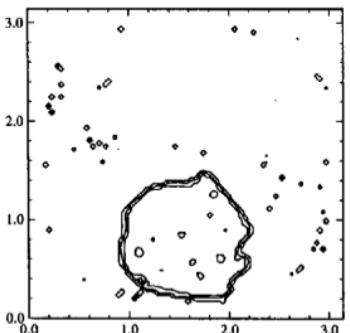
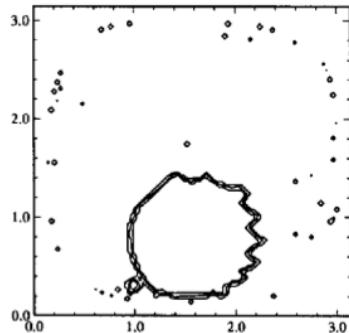
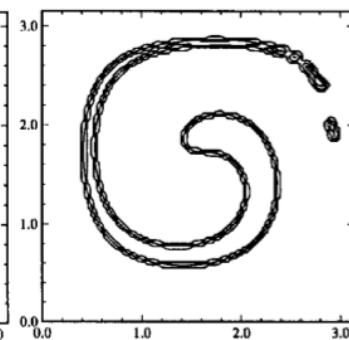
Hirt-Nichols



FCT-VOF



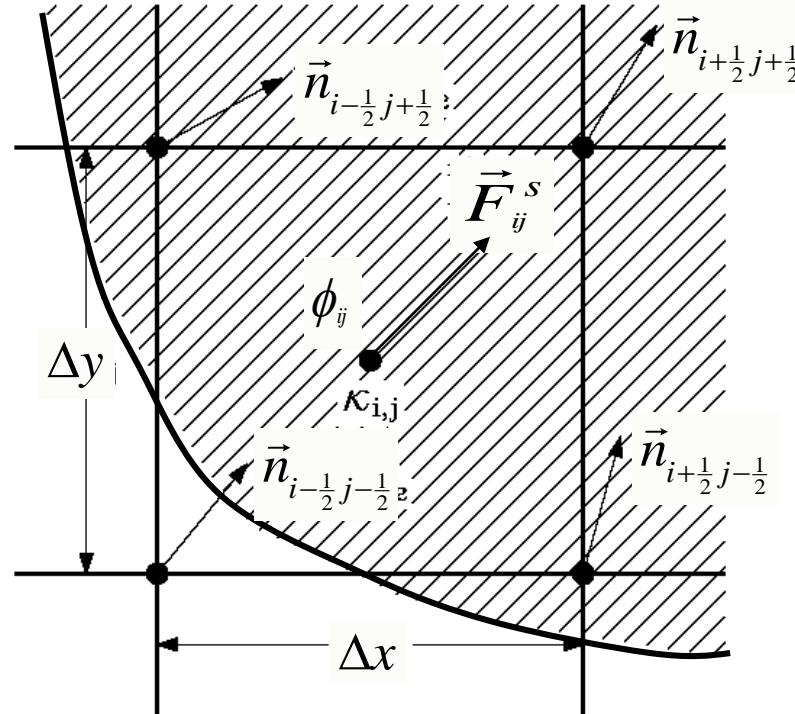
Youngs



$$\psi = \begin{cases} \cos(x)\cos(y); & t \leq T/2 \\ -\cos(x)\cos(y); & t > T/2 \end{cases}$$

界面物理のモデル化－表面張力

CSF(Continuum Surface Force)の定式化によれば、自由界面に働く表面張力 \vec{F}^s は識別関数(VOF関数、またはDensity function)に基いて体積力として評価される



表面張力係数

$$\vec{F}_{ij}^s = \sigma \kappa_{ij} (\nabla \phi)_{ij}$$

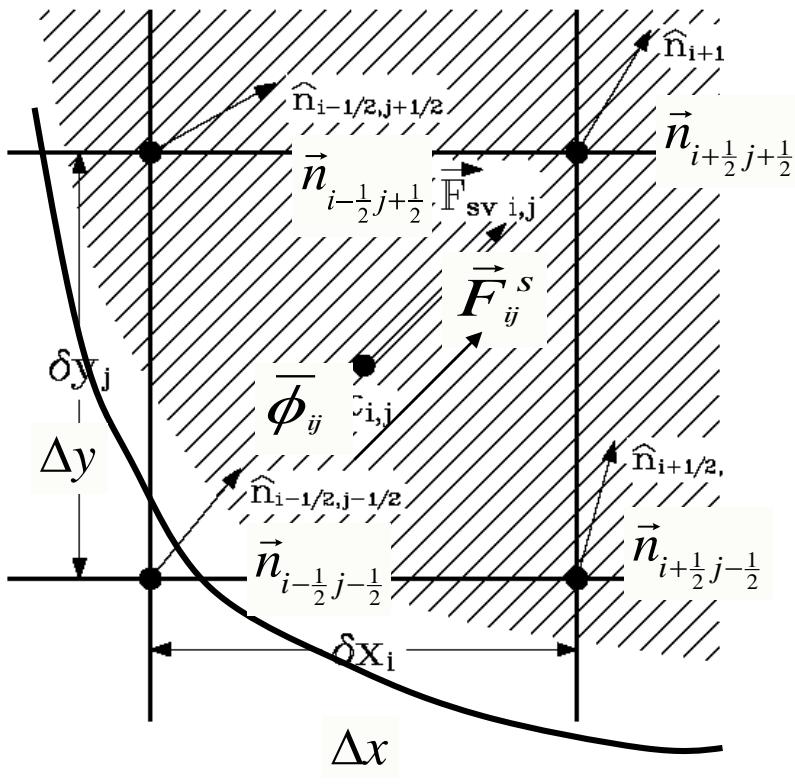
界面曲率

$$\kappa_{ij} = -(\nabla \cdot \vec{n})_{ij}$$

識別関数

界面法線方向単位ベクトル

界面物理のモデル化－表面張力



界面の法線方向の計算式

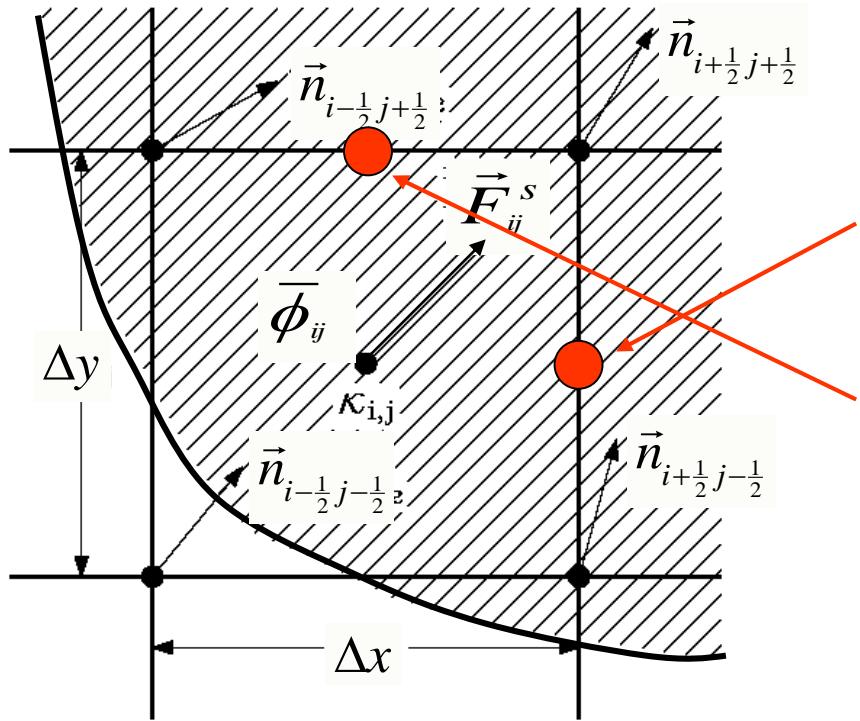
$$\begin{aligned}(\nabla \varphi)_{ij} &= \vec{m}_{i+\frac{1}{2}j+\frac{1}{2}} = \left(m_{x i+\frac{1}{2}j+\frac{1}{2}}, m_{y i+\frac{1}{2}j+\frac{1}{2}} \right); \\ m_{x i+\frac{1}{2}j+\frac{1}{2}} &= \frac{(\bar{\varphi}_{i+1,j+1} - \bar{\varphi}_{i,j+1}) + (\bar{\varphi}_{i+1,j} - \bar{\varphi}_{i,j})}{2\Delta x} \\ m_{y i+\frac{1}{2}j+\frac{1}{2}} &= \frac{(\bar{\varphi}_{i+1,j+1} - \bar{\varphi}_{i+1,j}) + (\bar{\varphi}_{i,j+1} - \bar{\varphi}_{i,j})}{2\Delta y}\end{aligned}$$

界面の曲率の計算式

$$\begin{aligned}\kappa_{ij} &= (\nabla \cdot \vec{n})_{ij} = \left(\left(\frac{\partial n_x}{\partial x} \right)_{ij}, \left(\frac{\partial n_y}{\partial y} \right)_{ij} \right), \quad \vec{n}_{i+\frac{1}{2}j+\frac{1}{2}} = \left(\frac{\vec{m}}{|\vec{m}|} \right)_{i+\frac{1}{2}j+\frac{1}{2}} \\ \left(\frac{\partial n_x}{\partial x} \right)_{ij} &= \frac{(n_{x i+\frac{1}{2}j+\frac{1}{2}} - n_{x i-\frac{1}{2}j+\frac{1}{2}}) + (n_{x i+\frac{1}{2}j-\frac{1}{2}} - n_{x i-\frac{1}{2}j-\frac{1}{2}})}{2\Delta x} \\ \left(\frac{\partial n_y}{\partial y} \right)_{ij} &= \frac{(n_{y i+\frac{1}{2}j+\frac{1}{2}} - n_{y i+\frac{1}{2}j-\frac{1}{2}}) + (n_{y i-\frac{1}{2}j+\frac{1}{2}} - n_{y i-\frac{1}{2}j-\frac{1}{2}})}{2\Delta y}\end{aligned}$$

界面物理のモデル化－表面張力

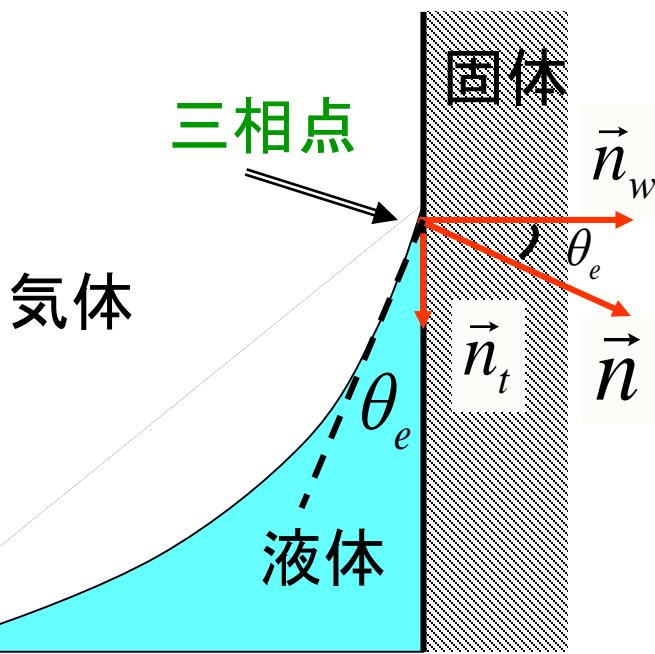
各速度の定義点における表面張力



$$F_{x, i+\frac{1}{2}j}^S = S \left(\frac{k_{i+1j} + k_{ij}}{2} \right) \frac{j_{i+1j} - j_{ij}}{\Delta x}$$

$$F_{y, ij+\frac{1}{2}}^S = S \left(\frac{k_{ij+1} + k_{ij}}{2} \right) \frac{j_{ij+1} - j_{ij}}{\Delta y}$$

三相点、液・固接触面の濡れ性の計算



接触角 θ_e は分かれれば壁近辺の法線方向を強制的に修正する

$$\bar{n} = \frac{\vec{n}_f}{|\vec{n}_f| + \delta}$$

$$a_{12} = \bar{n} \cdot \vec{n}_w$$

$$b_1 = \cos \theta$$

$$b_2 = \cos(\arccos(a_{12}) - \theta)$$

$$a = \frac{b_1 - a_{12}b_2}{1.0 - (a_{12})^2}$$

$$b = \frac{b_2 - a_{12}b_1}{1.0 - (a_{12})^2}$$

- **Parameter for contact Angle**

α_f : is the volume fraction on the boundary wall.

n_w : is the unit normal of the boundary wall.

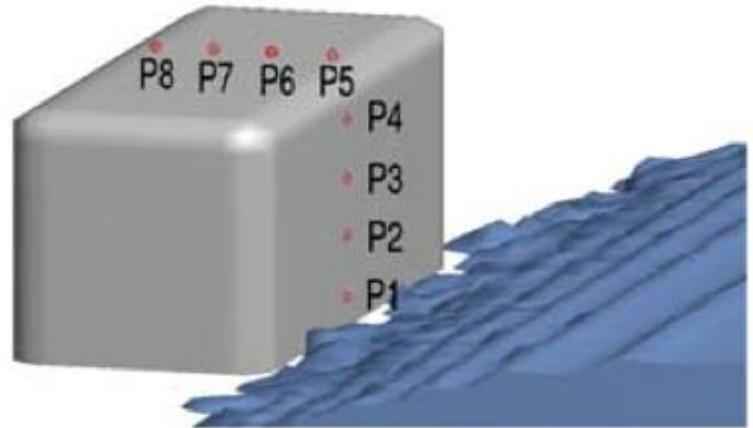
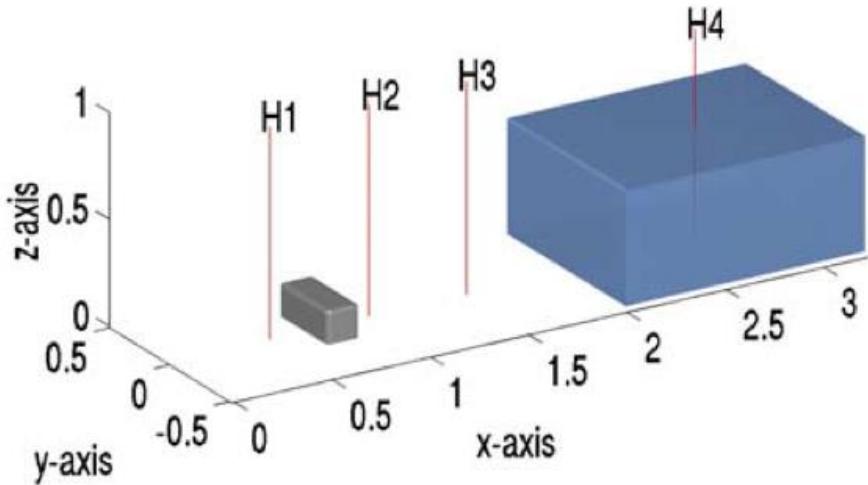
θ : is the contact angle on the boundary wall.

δ : is very small number.

Correction with boundary wall with contact angle:

$$\bar{n} = a\bar{n}_w + b\bar{n}, \quad \bar{n} = \frac{\vec{n}}{|\vec{n}| + \delta}$$

数値解析例(3)——ダム崩壊問題



計算領域: $(x_{min} / x_{max}, y_{min} / y_{max}, z_{min} / z_{max}) = (0.67 / 0.83, -0.2 / 0.2, 0.0 / 0.16)$
圧力センサーの位置 :

P1: $(x, y, z) = (0.831, -0.026, 0.025)$

P3: $(x, y, z) = (0.831, -0.026, 0.099)$

P5: $(x, y, z) = (0.806, 0.026, 0.165)$

P7: $(x, y, z) = (0.733, 0.026, 0.165)$

水の高度と圧力を測量するためのセンサーの位置

數值解析例(3)－計算結果

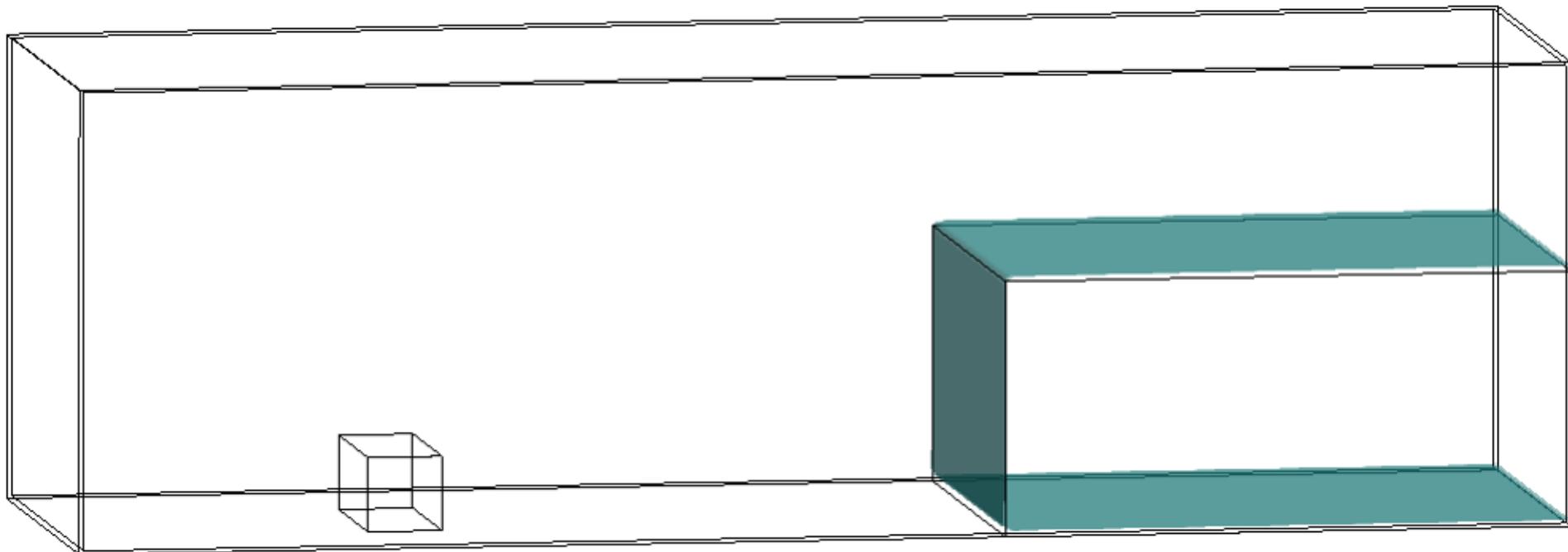
計算条件:

メッシュ: 240 x 80 x 80

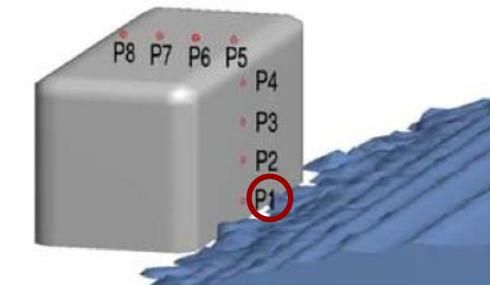
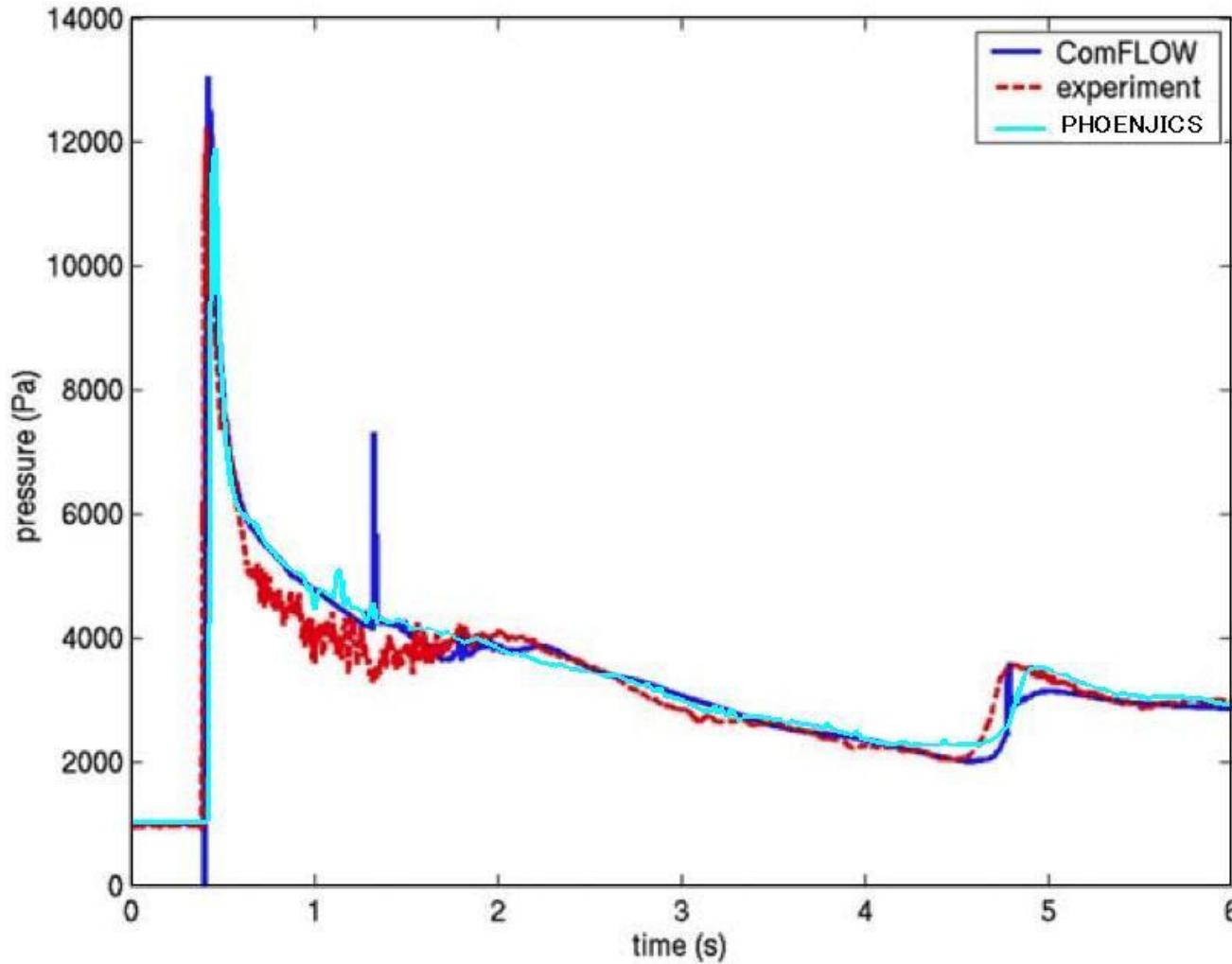
時間ステップ: 0.002s

計算時間: 0~6s

計算コスト: 68 hours(I CPU)

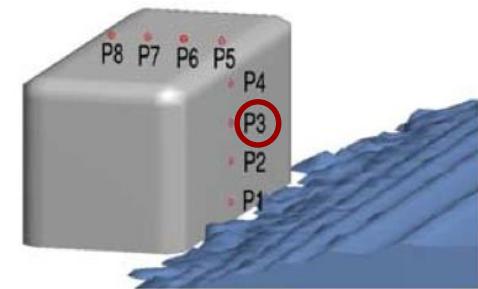
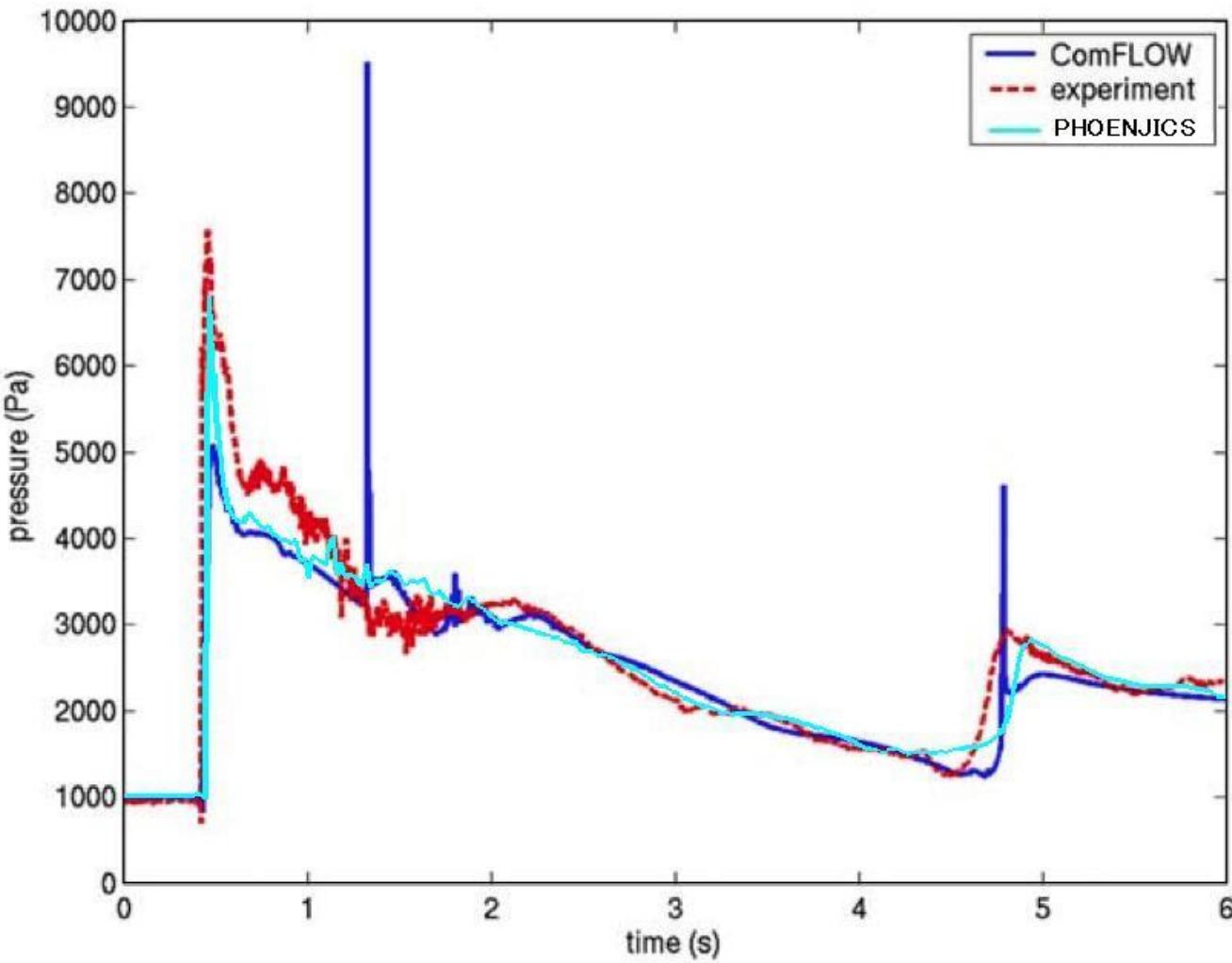


数值解析例(3)——Probe P1



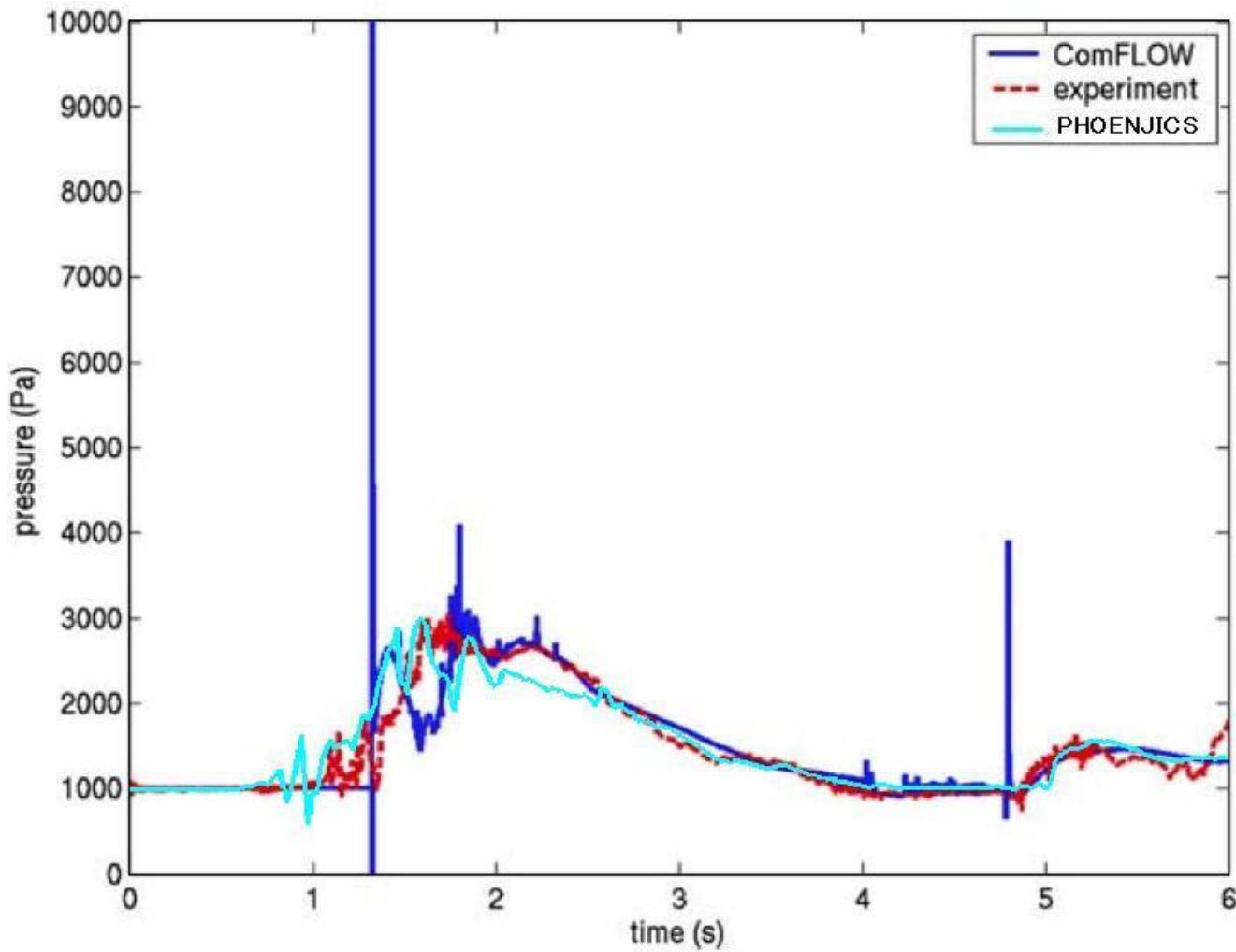
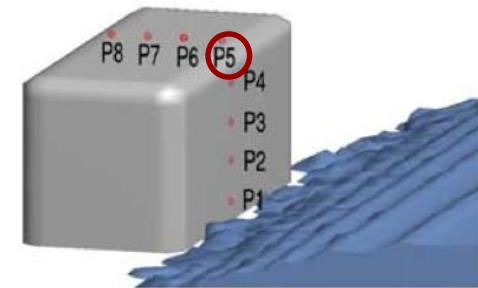
Pressure time histories at probe P1

数值解析例(3)——Probe P3



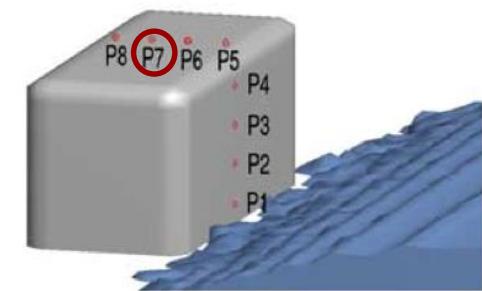
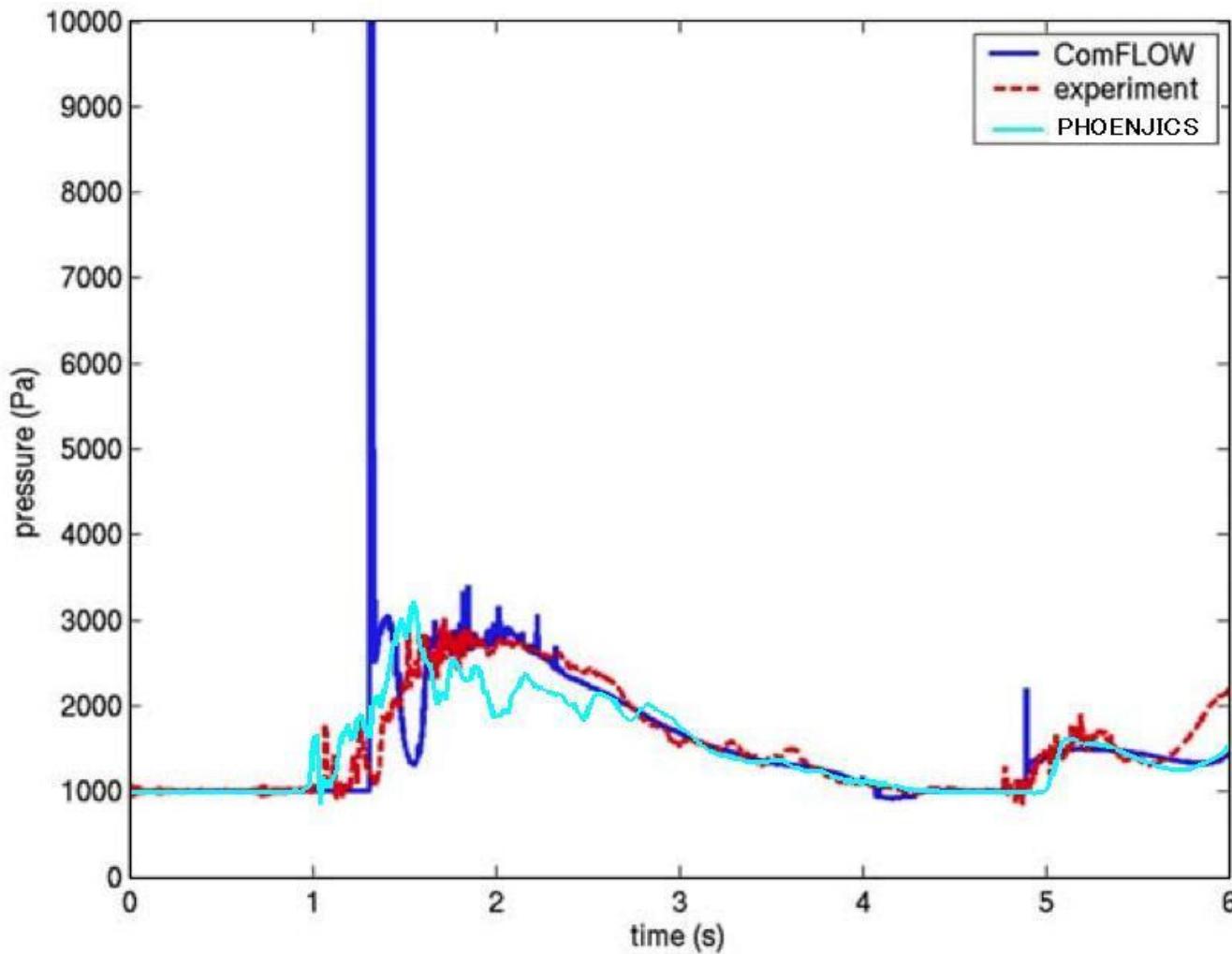
Pressure time histories at probe P3

数值解析例(3)——Probe P5



Pressure time histories at probe P5

数值解析例(3)——Probe P7



Pressure time histories at probe P7

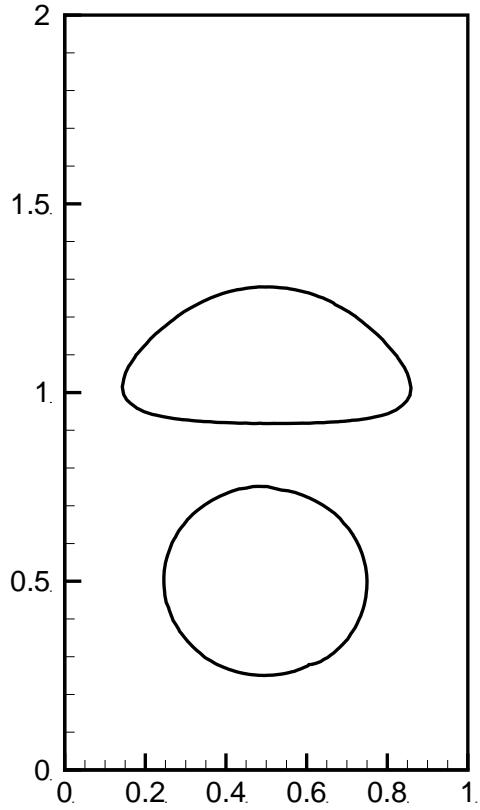
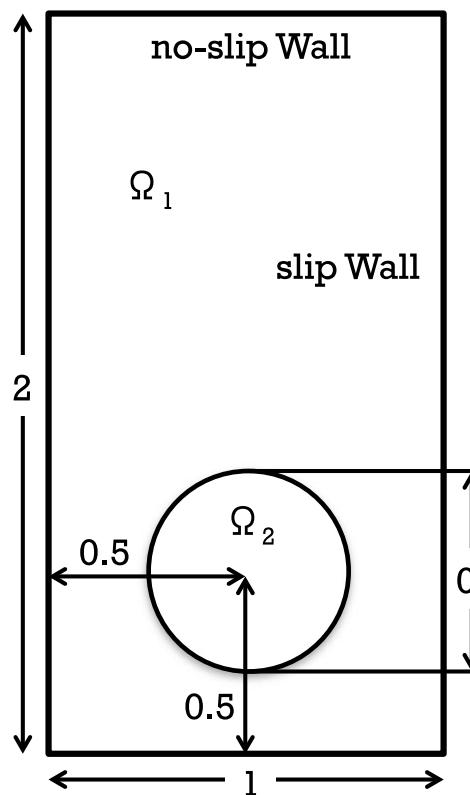
数値解析例(4)一気泡上昇問題(2D)

物性値:

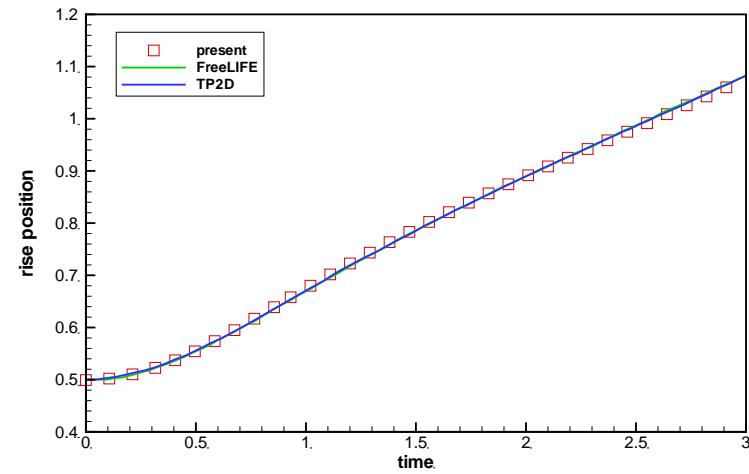
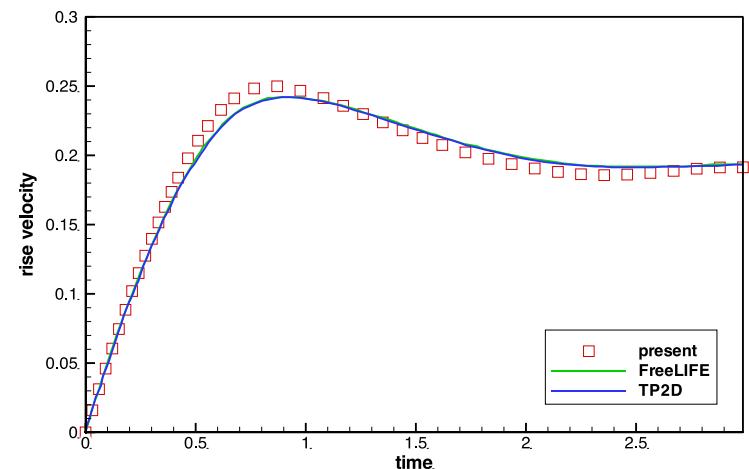
流体1と流体2の密度: (1000 10)

流体1と流体2の粘度: (1000 10)

表面張力係数: 24.5



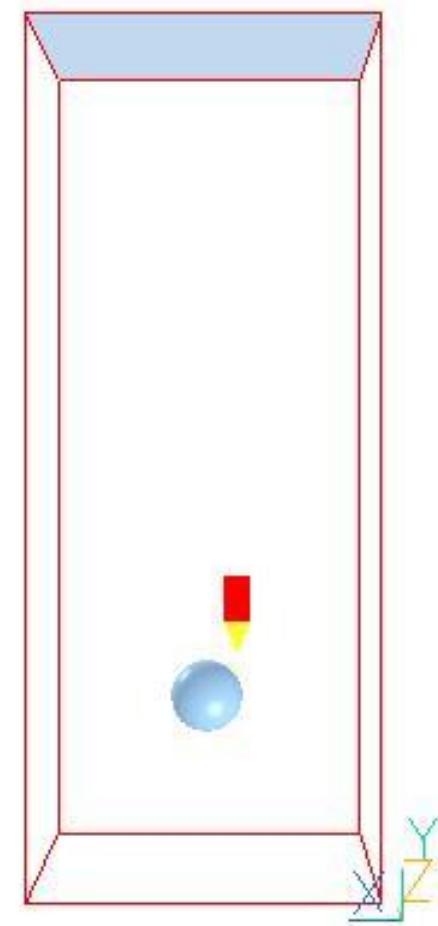
FreeLIFE, TP2D: reference data in [1]



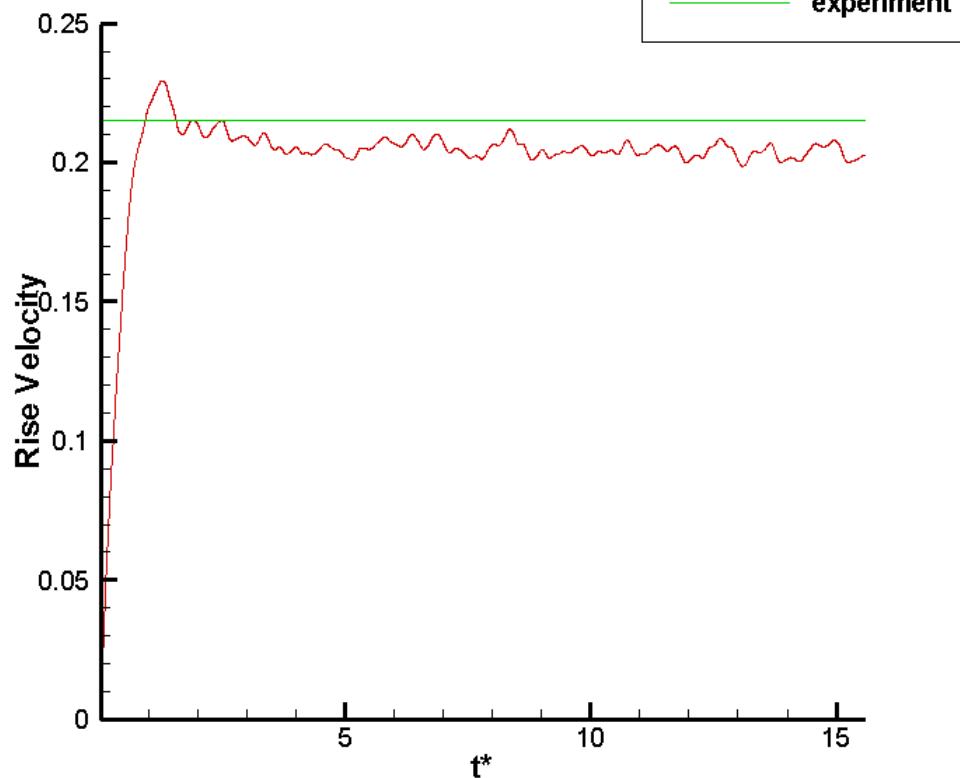
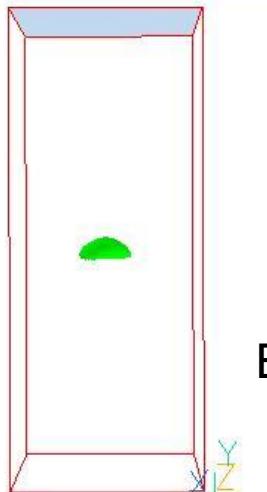
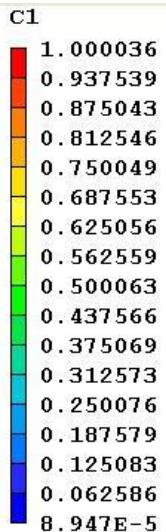
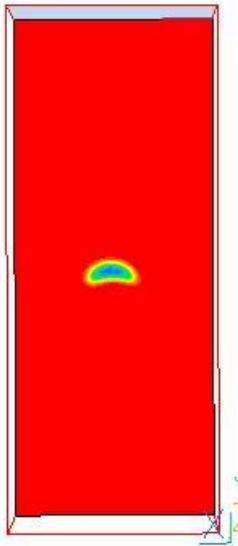
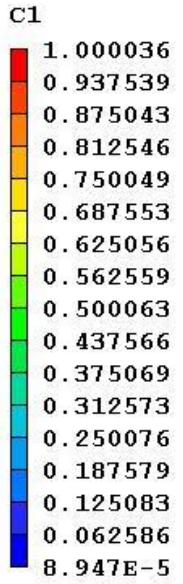
[1] Hysing S, Turek S, Kuzmin D, Parolini N, Burman E, Ganesan S, Tobiska L. Quantitative benchmark computations of two-dimensional bubble dynamics. International Journal for Numerical Methods in Fluids 2008; 60:1259–1288.

数值解析例(5)一气泡上升問題(3D)

- 初期条件
- 計算領域: $[0, 6D] \times [0, 6D] \times [0, 12D]$
- 気泡半径: $R = D/2 = 0.00608\text{m}$
- 密度:
液体: 875.5 kg/m^3 気泡: 1 kg/m^3
- 粘性:
液体: $1.347E-4\text{m}^2/\text{s}$ 気泡: $1.00E-3\text{m}^2/\text{s}$
- 曲率: 0.0322
- 気泡初期位置: $(3D, 3D, 2.5D)$

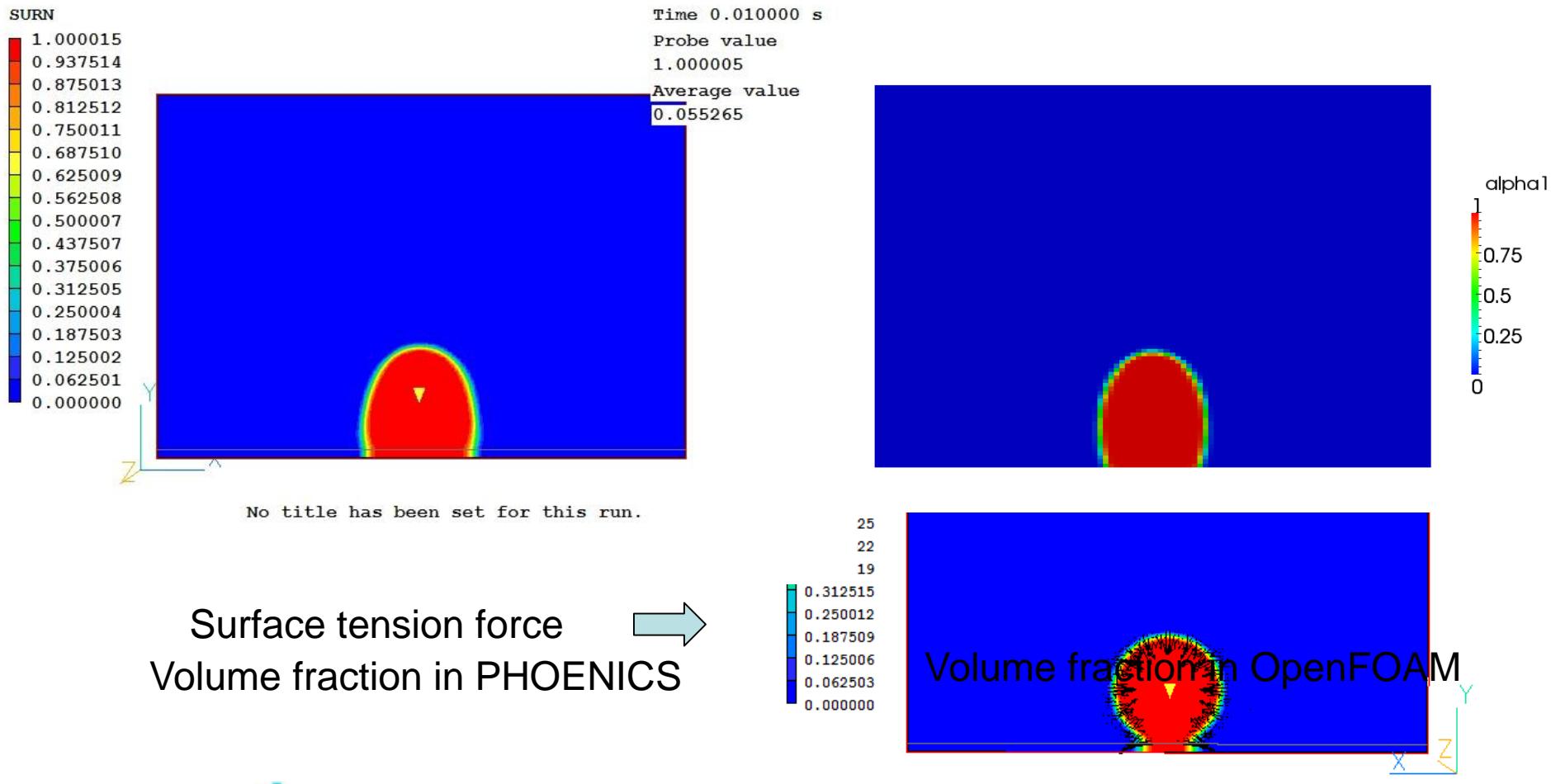


數值解析例(5)－計算結果



The bubble rise velocity against non-dimensional time $t^* = t^* V_\infty / R$. ($V_\infty = 0.215$)

数値解析例(6)－濡れ性の計算(2D)



数値解析例(7)－濡れ性の計算(3D)

